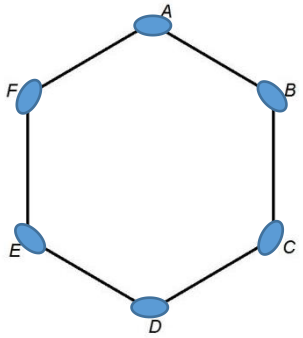
運動學 (Jonathan Huang)



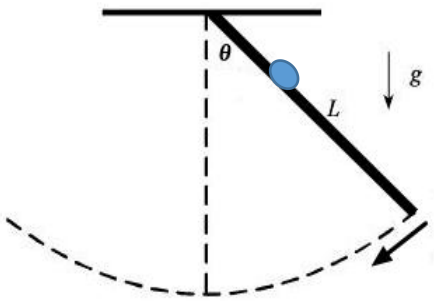
Part I 六蟲追逐問題 (10 分)
考慮 6 隻小蟲在邊長 R 的正六邊形頂點上，各自面向順時鐘方向的下一隻蟲 (如圖)。在某時間牠們同時以等速 v 追下一隻蟲，直到最後 6 隻撞在一起。

(a) 求各蟲在每一個時刻向六邊形中心的速度分量 (2 分)

(b) 求開始追逐到撞上的時間和路徑長 (3 分)

(c) 求開始到撞上所轉的角度 (用弧度表示) (5 分)

Part II 單擺上的蟲子（40 分）
A 今有一質量 M、長 L 的均勻複擺。有一隻質量 m 的小蟲從擺的頂端向擺的另一端以等速 v 緩慢前進。複擺的初角振福是θ_0，θ定義如圖。



(a) 求當小蟲到上端點的距離為 l 時系統對支撐點的轉動慣量。已知轉動慣量 $I \equiv \sum m_i r_i^2$ (2 分)

(b) 列出此複擺系統符合的微分方程式，做出必要近似並求出角頻率ω (6 分)

B 現在討論在小蟲運動過程中 $l \sim l + \Delta l$ 的位置變化量Δl 和振幅變化量$\Delta\theta_0$。
小角度近似，設 $\theta(t) = \theta_0(l)\sin(\omega t)$，其中ω是之前求出的角頻率，且小蟲移動極慢，可視為在震盪週期內位置不變。（以下用Δl, Δθ, l, L, m, M, g, θ_0表示）

(c) 小蟲運動過程保持等速並對系統作功。求蟲子作用於系統的時間平均作功 ΔW。(Hint: $\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$) (5 分)

(d) 求$\Delta(\omega^2)$ (5 分)

(e) 用(d)的結果求蟲-棍系統的ΔK 和ΔU（記得對時間平均） (8 分)

(f) 用(c)~(e)的結果求出θ, l 關係 (12 分)

(g) 若 $m = \frac{1}{3}M$，求出當小蟲爬到棍子底端時的振幅 (用θ_0表示) (2 分)